

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Prova scritta in aula del 05.09.2023

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

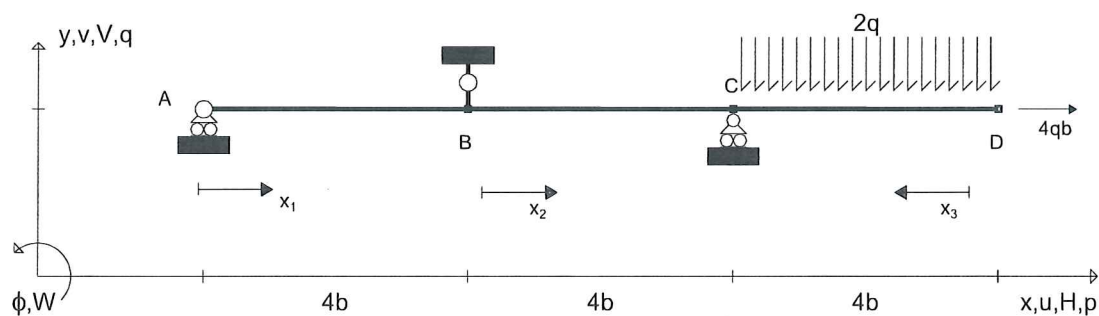
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità  $B$ ,  $M_B$ . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto  $A$ ,  $\phi_A$

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 05.09.23\*001



EQ. DI CONGENENZA

$$\Delta \varphi_B = 0$$

## Esercizio n. 2 (7 punti)

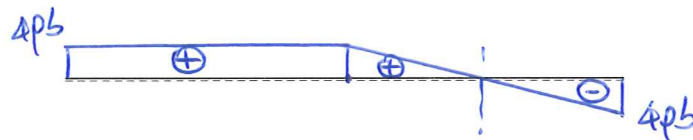
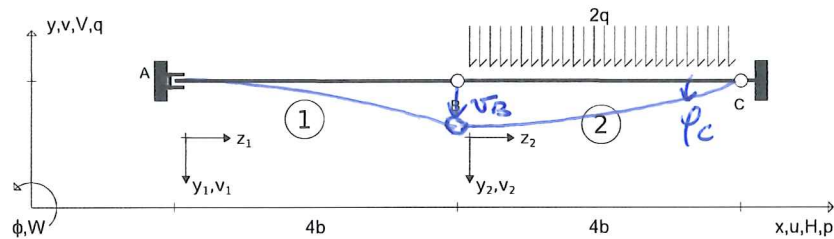
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

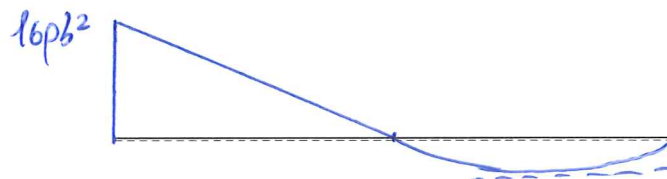
1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$ ;
3. La rotazione del punto  $C$ ,  $\varphi_C$ ;
4. Lo spostamento verticale del punto  $B$ ,  $v_B$ .

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 05.09.23\*001



$\uparrow + \downarrow$



$\uparrow + \downarrow$

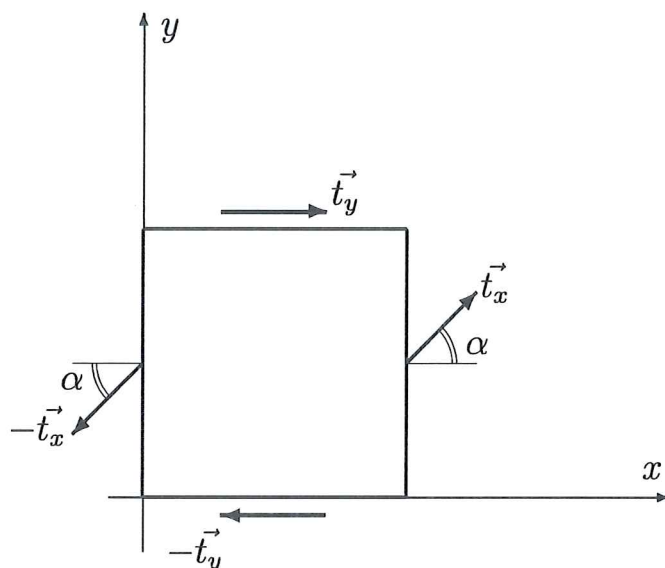
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 4pb; & M_A (\curvearrowright) &= 16pb^2; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= 4pb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 4pb; & M_{AB} &= -16pb^2 + 4qbz_1; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 4pb - 2qz_2; & M_{BC} &= 4pbz_2 - qz_2^2; \\
 \text{c.c in } A &= v_1(z_1=0)=0; \quad v_1'(z_1=0)=0; & \text{c.c in } B &= v_1(z_1=4b)=v_2(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in } C &= v_2(z_2=4b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EI} \left( 8pb^2z_1^2 - \frac{2}{3}qbz_1^3 \right); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EI} (16pb^2z_1 - 2pbz_1^2); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EI} \left( -\frac{2}{3}pbz_2^3 + \frac{1}{2}qz_2^4 - 16pb^2z_2 + \frac{256}{3}pb^3 \right); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EI} (-2pbz_2^2 + \frac{1}{2}qbz_2^3 - 16pb^2); \\
 v_B &= \frac{256pb^4}{3EI} \quad (\downarrow); & \varphi_C &= -\frac{80qb^3}{3EI} \quad (\downarrow);
 \end{aligned}$$

### Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi  $x$  e  $y$  ai vettori sforzo (piani)  $\vec{t}_x$  e  $\vec{t}_y$  rispettivamente; di questi  $\vec{t}_x$  è inclinato rispetto all'asse  $x$  di un angolo  $\alpha = 240^\circ$  (sicché;  $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$ ;  $\cos \alpha = -1/2$ ) e ha modulo di valore  $|\vec{t}_x| = 25$  MPa. L'altro vettore sforzo,  $\vec{t}_y$ , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , e la massima tensione tangenziale,  $\tau_{\max}$ .

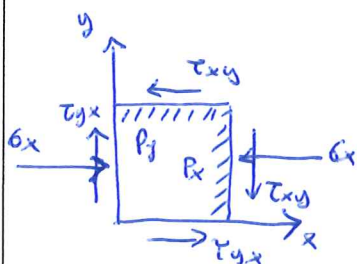
Determinare inoltre quanto vale l'angolo  $\varphi$  formato dall'asse  $x$  e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo,  $\sigma_1$ .



$$\sigma_x = -12,500 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0,000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = -21,651 \text{ (MPa)};$$

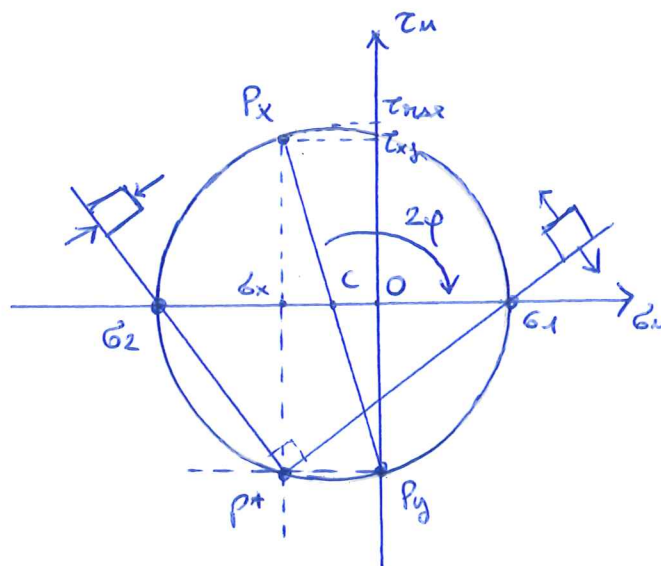
$$\sigma_1 = 16,285 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -28,785 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 22,535 \text{ (MPa)};$$

cerchio di Mohr:

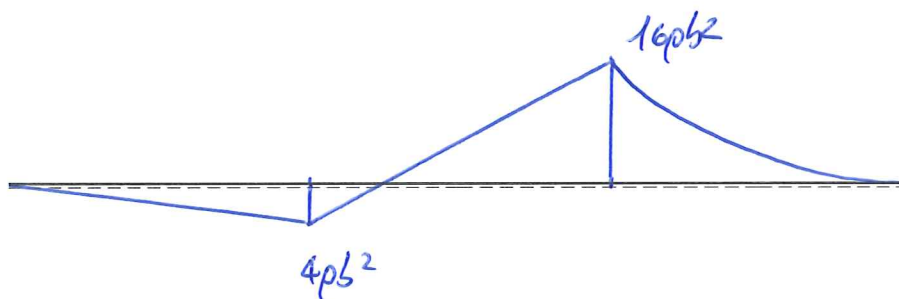
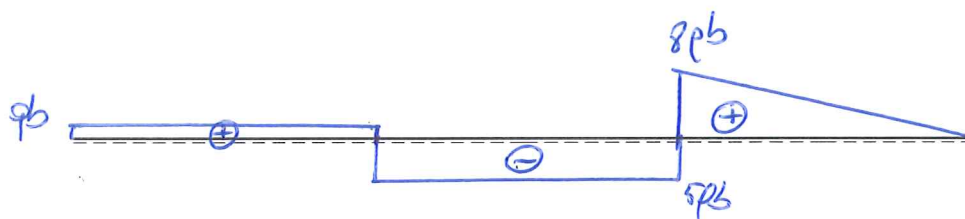
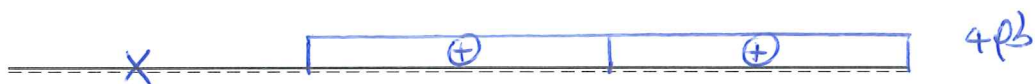


$$P_x = (-12,500; +21,651)$$

$$P_y = (0,000; -21,651)$$



$$\varphi = -53,052 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= \dots pb \dots; H_B(\Rightarrow) = \dots -4pb \dots; V_B(\uparrow) = \dots -6pb \dots; V_C(\uparrow) = \dots 13pb \dots; M_B(\curvearrowright) = \dots 4pb^2 \dots; \\
 N_{AB} &= \dots // \dots; T_{AB} = \dots pb \dots; M_{AB} = \dots pb \times 1 \dots; \\
 N_{BC} &= \dots 4pb \dots; T_{BC} = \dots -5pb \dots; M_{BC} = \dots 4pb^2 - 5pb \times 2 \dots; \\
 N_{DC} &= \dots 4pb \dots; T_{DC} = \dots 2p \times 3 \dots; M_{DC} = \dots -9x^2 \dots; \\
 \varphi_A &= \dots -8pb^3/3 \text{ ED } (\downarrow) \dots
 \end{aligned}$$